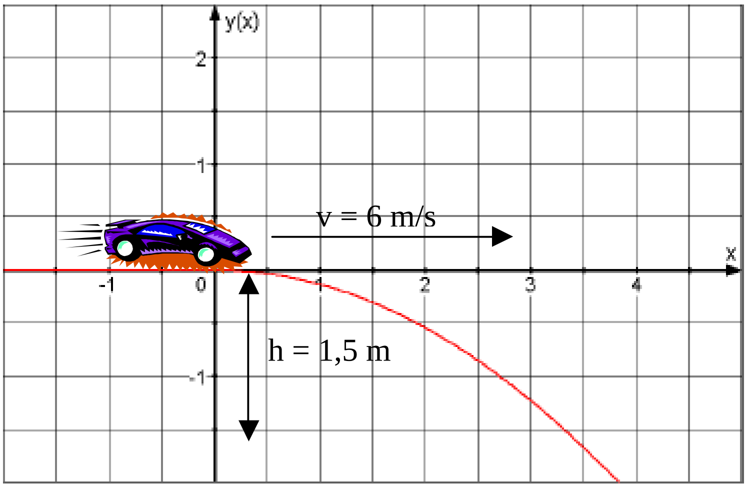
Der waagrechte Wurf

V1 „Fliegender Stunt"

Ein Spielzeugauto wird auf einer Fahrbahn mit einer Steilkurve durch vorheriges Aufziehen beschleunigt. Danach bewegt es sich mit 6 m/s. Die Fahrbahn befindet sich auf einem Tisch, 1,5m über dem Boden. Wenn das Fahrzeug den letzten geraden Fahrbahnabschnitt verlässt und über die Tischkante hinaus „fliegt", löst es einen Mechanismus aus, der einen Pappkarton mit einem Loch fallen lässt. Sofern der „Stuntkoordinator" alles richtig gemacht hat, fliegt das Auto durch das Loch im fallenden Karton. Das Auto beschreibt nicht nur eine Bewegung in Richtung der x-Achse, sondern auch eine Fallbewegung in Richtung der y-Achse.



V2 Eine Kugel wird waagrecht geworfen, während eine zweite, gleichartige Kugel aus der selben Höhe frei fällt. Der Aufschlag der beiden Kugeln erfolgt gleichzeitig (man hört nur einen Aufschlag!).

→ **Die Bewegungen in x- bzw. y-Richtung überlagern sich ungestört.**

Aus den gewonnen Erkenntnissen ergeben sich für den waagrechten Wurf folgende Bewegungsgleichungen:

$$x(t) = v * t$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2$$

Um die Kurve des waagrechten Wurfes exakt zu beschreiben, benötigt man jedoch die Höhe y in Abhängigkeit von x. Diese erhält man, indem man aus x(t) und y(t) die Zeit t eliminiert :

$$\frac{x}{v} = t \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{v} = \sqrt{\frac{-2y}{g}} \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{v^2} = \frac{-2y}{g} \quad \rightarrow$$

$$y(x) = -\frac{g}{2v^2} x^2$$

Übrigens !: Wir haben hier eine quadratische Gleichung; der Graph ist also eine nach unten geöffnete Parabel mit dem Scheitel (0/0) und dem Streckungsfaktor $a = -\frac{g}{2v^2}$.

A 1.) Nach welcher Zeit t hört man den Aufprall des Autos aus unserem ersten Versuch, wenn wir die Schallgeschwindigkeit wegen der kleinen Werte vernachlässigen?

$$y(t) = -1{,}5\text{m} = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \text{ nach t auflösen:} \quad t = \sqrt{\frac{3\text{m}}{g}} = 0{,}553...\text{s} \approx 0{,}6\text{s}$$

2.) Wie weit ist dabei das Auto beim Aufprall auf den Boden von der Tischkante entfernt?

Ansatz ist die Funktion x(t) = v * t

$$x(0{,}55\text{s}) = 6\frac{\text{m}}{\text{s}} * 0{,}55\text{s} = 3{,}3\text{m}$$

A Wie berechnet man nun die Aufschlagsgeschwindigkeit unseres Autos?

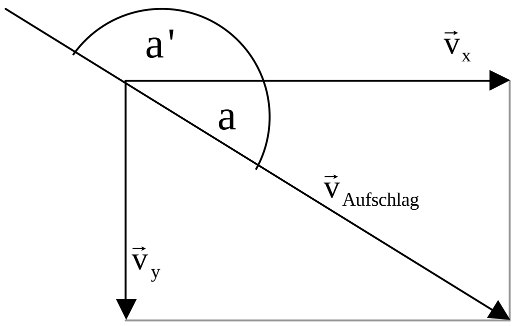
Man kann aus den berechneten bzw. gegebenen Werten die Geschwindigkeiten ausrechnen:

$$v_x = 6\frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (bereits gegeben)}$$

$$v_y = -g * t \text{ (hergeleitet von } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}\text{, a ist hier g!)}$$

$$\rightarrow v_y = -g * 0{,}55\text{s} = -5{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Korrekt betrachtet, handelt es sich bei den beiden Geschwindigkeiten um Vektoren. Deshalb kann man nun die Vektoraddition einsetzen, um die Aufschlagsgeschwindigkeit auszurechnen.



Rechnerisch wendet man nun den Satz von Pythagoras an:

$$\boxed{|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v}_x^{\,2} + \vec{v}_y^{\,2}}}$$

→ Einsetzen:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(6\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (-5{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 8{,}07\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 8{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wenn man sich die obige Skizze anschaut, erkennt man, dass man auch noch den Winkel ausrechnen kann, in welchem unser Auto in x-Richtung aufschlägt:

$$\tan a = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \quad \rightarrow \quad \boxed{a = \arctan(\frac{v_y}{v_x})}$$

$$\rightarrow a = 180° - \arctan(\frac{5{,}4}{6}) \approx 138°$$